

CADERNO 3 – SEMIEXTENSIVO E

FRENTE 1 – ÁLGEBRA

■ Módulo 9 – Sistemas Lineares II

$$1) \begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ 4y + 5z = 23 \\ 6z = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ 4y + 5z = 23 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ 4y + 5 \cdot 3 = 23 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ z = 2 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2 \cdot 2 + 3z = 14 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

Resposta: E

$$2) \begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \\ z + w = 0 \\ y + w = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \\ z = -w \\ y = 1 - w \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ 1 - w + (-w) = 0 \\ z = -w \\ y = 1 - w \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 1 - 2w = 0 \\ z = -w \\ y = 1 - w \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ w = 1/2 \\ z = -1/2 \\ y = 1/2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1/2 \\ w = 1/2 \\ z = -1/2 \\ y = 1/2 \end{cases}$$

Logo $ab \cdot c \cdot d = x \cdot y \cdot w \cdot z = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16}$

Resposta: C

- 3) Seja h o número de homens e m o número de mulheres que aguardam o Dr. Antonio. Chegando o Dr. Antonio o número de homens será $h + 1$ e teremos: $h + 1 = 4m \Rightarrow h = 4m - 1$ ①

$$m + 1 = \frac{h}{3} \Rightarrow h = 3m + 3 \quad ②$$

Igualando ① e ② teremos:

$$4m - 1 = 3m + 3 \Rightarrow m = 4$$

$$h = 4m - 1 = 4 \cdot 4 - 1 = 15$$

O total de pessoas aguardando o Dr. Antônio será 19

$$(h + m = 15 + 4 = 19)$$

Resposta: B

$$4) \begin{cases} A + B + C + D = 2718 \\ 2A = \frac{B}{2} = C + 10 = D - 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A + B + C + D = 2718 \\ B = 4A \\ C = 2A - 10 \\ D = 2A + 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} A + 4A + 2A - 10 + 2A + 10 = 2718 \\ B = 4A \\ C = 2A - 10 \\ D = 2A + 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 302 \\ B = 4 \cdot 302 = 1208 \\ C = 2 \cdot 302 - 10 = 594 \\ D = 2 \cdot 302 + 10 = 614 \end{cases}$$

Assim: A tem R\$ 302,00, B tem R\$ 1208,00, C tem R\$ 594,00 e D tem R\$ 614,00.

$$5) \begin{cases} A + B = 70 \\ 2A + C = 105 \\ B - C = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 70 - A \\ C = 105 - 2A \\ B - C = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} B = 70 - A \\ C = 105 - 2A \\ (70 - A) - (105 - 2A) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 70 - A \\ C = 105 - 2A \\ 70 - A - 105 + 2A = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} B = 70 - A \\ C = 105 - 2A \\ A = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 70 - 40 \\ C = 105 - 2 \cdot 40 \\ A = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 30 \\ C = 25 \\ A = 40 \end{cases}$$

Resposta: B

- 6) Seja t o número de rolos de 30m, e v o número de rolos de 20m. Total de rolos 80: $t + v = 80$; 2080m de arame: $30t + 20v = 2080$.

$$\begin{cases} t + v = 80 \\ 30t + 20v = 2080 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t + v = 80 \\ 3t + 2v = 208 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ segunda equação menos o dobro da primeira $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} t + v = 80 \\ t = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 48 \\ v = 32 \end{cases}$$

Resposta: E

$$7) \begin{cases} x + y + z = -1 \\ x + z + t = 5 \\ y + z + t = 7 \\ x + y + t = 4 \end{cases}$$

Observe que somando as quatro equações teremos:

$$3x + 3y + 3z + 3t = 15 \Rightarrow x + y + z + t = 5$$

Resposta: C

$$8) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ k \end{pmatrix}$$

Multiplicando nas matrizes teremos:

$$\begin{cases} x + y - z = 5 \\ -x + y + z = 2 \\ x + 3y - z = k \end{cases}$$

a) Somando as duas primeiras equações:

$$\begin{cases} x + y - z = 5 \\ 2y = 7 \\ x + 3y - z = k \end{cases}$$

b) (Terceira equação) - (primeira equação):

$$\begin{cases} x + y - z = 5 \\ 2y = 7 \\ 2y = k - 5 \end{cases}$$

Para que as duas últimas equações sejam compatíveis é necessário que $k - 5 = 7 \Rightarrow k = 12$. Neste caso o sistema é possível e indeterminado, verifique que a última equação é a soma do dobro da primeira equação com a segunda equação.

Resposta: E

$$9) \begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + 7y + z = 0 \\ 3x + 9y + 5z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 9 & 5 \end{vmatrix} = 35 + 6 + 54 - 63 - 9 - 20 = 3 \neq 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Sistema possível e determinado, e a única solução é a trivial: $S = \{(0; 0; 0)\}$.

$$10) \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 3 & -1 & 7 \\ 1 & -22 & -11 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4y + 5z = 0 \\ 3x - y + 7z = 0 \\ x - 22y - 11z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 3 & -1 & 7 \\ 1 & -22 & -11 \end{vmatrix} = 11 + 28 - 330 + 5 + 154 + 132 = 0$$

Como o determinante do sistema é nulo, o sistema é possível e indeterminado. Descartando-se a segunda equação e subtraindo a terceira da primeira teremos:

$$\begin{cases} x + 4y + 5z = 0 \\ 26y + 16z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 4y = -5z \\ y = -\frac{16z}{26} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{33}{26}z \\ y = -\frac{8}{13}z \end{cases}$$

Fazendo $z = k$ o conjunto solução será:

$$S = \left\{ \left(-\frac{33}{13}k; -\frac{8}{13}k; k \right) \right\}$$

$$\forall k \in \mathbb{R}$$

$$11) (2x + y - z)^2 + (x - y)^2 + (z - 3)^2 = 0$$

Como x , y e z são números reais e a equação acima é a soma dos quadrados de três números reais, as parcelas da soma são maiores ou iguais a zero. Como a soma é zero, então cada parcela é nula:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - y = 0 \\ z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x = y \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + x - 3 = 0 \\ x = y \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases}$$

Assim, $x + y + z = 1 + 1 + 3 = 5$

Resposta: C

$$12) \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 4x - 2my + 3z = 0 \\ 2z + 6y - 4mz = 0 \end{cases}$$

Para o sistema admitir soluções diferentes da trivial o sistema deve ser possível e indeterminado, logo o determinante do sistema é nulo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & -2m & 3 \\ 3 & 6 & -4m \end{vmatrix} = 8m^2 + 6 + 24 + 4m - 18 + 16m = 0$$

$$\Rightarrow 8m^2 + 20m + 12 = 0 \Rightarrow 2m^2 + 5m + 3 = 0$$

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 24 = 1 \therefore m = \frac{-5 \pm 1}{2 \cdot 2} = \frac{-5 \pm 1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = -\frac{3}{2} \text{ ou } m = -1$$

$$13) \begin{cases} 2x + \alpha y - 2y = 0 \\ x + y + z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

a) Para soluções não triviais o sistema é possível e indeterminado e, portanto, $p < n = 3$.

$$b) \text{ Para } p < 3 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & \alpha & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2\alpha + 4 = 0 \Rightarrow \alpha = -2$$

Resposta: A

$$14) \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x - my - 3z = 0 \\ x + 3y + mz = m \end{cases}$$

a) Para que o sistema admita uma única solução, $p = q = n = 3$. Logo o determinante do sistema deve ser não nulo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 1 & -m & -3 \\ 1 & 3 & m \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow -m^2 - 3m \neq 0 \Rightarrow -m(m + 3) \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \neq 0 \text{ e } m \neq -3.$$

Observe que para $m = 0$ o sistema é homogêneo, e, portanto, possível; nesse caso $p = q = 2 < n = 3$. E o sistema admite infinitas soluções. O único valor que m não poderá assumir é, portanto, -3 .

$$b) m = 0 \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x - 3z = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x = 3z \\ y = -z \end{cases}$$

Fazendo $z = k$, o conjunto solução será:

$$S = \{(3k, -k, k)\}$$

$$\forall k \in \mathbb{R}$$

$$15) \begin{cases} 3x + 7my + 6z = 0 \\ 3my + 4z = 0 \\ (m - 1)x + 2y - mz = 0 \end{cases}$$

Se o sistema deve admitir soluções diferentes da trivial, o sistema é possível e indeterminado e, portanto, o determinante do sistema deve ser nulo:

$$\begin{vmatrix} 3 & 7m & 6 \\ 0 & 3m & 4 \\ m - 1 & 2 & -m \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -m^2 - 10m - 24 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 12 \text{ ou } m = -2$$

Resposta: E

$$16) \begin{cases} a^2x + y - a^2z = 0 \\ x - a^2y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} a^2 & 1 & -a^2 \\ 1 & -a^2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -2a^2 + 2 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

Resposta: A

■ Módulo 10 – Números Complexos

1) $(5 + 7i) \cdot (3 - 2i) = 15 - 10i + 21i - 14i^2 = 15 + 11i + 14 = 29 + 11i$
Resposta: C

2) $f(z) = z^2 - z + 1 \Rightarrow f(1 - i) = (1 - i)^2 - (1 - i) + 1 = 1 - 2i + i^2 - 1 + i + 1 = -i$
Resposta: E

3) $2x + (y - 3)i = 3y - 4 + xi$, (x e y são reais) $\Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 3y - 4 \\ y - 3 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 3 \\ 2 \cdot (y - 3) = 3y - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow x \cdot y = 10$
Resposta: C

4) I) $z_1 = a + 8ai$ e $z_2 = -4 + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow z_1 + z_2 = (a - 4) + (8a + b)i$
 II) $(z_1 + z_2)$ deve ser imaginário puro, então $a - 4 = 0$ e $\forall b \in \mathbb{R}$
 $\Leftrightarrow a = 4$ e $\forall b \in \mathbb{R}$
Resposta: $a = 4$ e $\forall b \in \mathbb{R}$

5) I) $(a + i) \cdot (3 + 2i) = 3a + 2ai + 3i + 2i^2 = (3a - 2) + (2a + 3)i$
 II) $(a + i) \cdot (3 + 2i)$ deve ser um número real, então
 $2a + 3 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{2}$
Resposta: D

6) $(a + i)^4 = (a + i)^2 \cdot (a + i)^2 = (a^2 + 2ai + i^2) \cdot (a^2 + 2ai + i^2) =$
 $= [(a^2 - 1) + 2ai] \cdot [(a^2 - 1) + 2ai] = [(a^2 - 1) + 2ai]^2 =$
 $= (a^2 - 1)^2 + 2 \cdot (a^2 - 1) \cdot 2ai + 4a^2i^2 = (a^2 - 1)^2 - 4a^2 + 4a(a^2 - 1)i$
 Para que $(a + i)^4$ seja um número real, devemos ter:
 $4a \cdot (a^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow 4a = 0$ ou $a^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ ou $a = \pm 1$
 Assim, a pode assumir 3 valores reais, a saber: 0, 1 e -1
Resposta: C

7) $\frac{2 - i}{2 + i} = \frac{(2 - i) \cdot (2 - i)}{(2 + i) \cdot (2 - i)} = \frac{4 - 2i - 2i + i^2}{2^2 - i^2} = \frac{4 - 4i - 1}{4 - (-1)} =$
 $= \frac{3 - 4i}{5} = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$
Resposta: E

8) $\frac{5 + i}{7 - 2i} = \frac{(5 + i) \cdot (7 + 2i)}{(7 - 2i) \cdot (7 + 2i)} = \frac{35 + 10i + 7i + 2i^2}{7^2 - (2i)^2} =$
 $= \frac{35 + 17i - 2}{49 - 4i^2} = \frac{33 + 17i}{49 + 4} = \frac{33 + 17i}{53} = \frac{33}{53} + \frac{17}{53}i$
Resposta: A

9) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{x + yi}{2 + i} = \frac{(x + yi) \cdot (2 - i)}{(2 + i) \cdot (2 - i)} = \frac{2x + 2yi - xi - yi^2}{2^2 - i^2} =$
 $= \frac{(2x + y) + (2y - x)i}{4 + 1} = \frac{(2x + y)}{5} + \frac{(2y - x)}{5}i \in \mathbb{R}$, então:
 $\frac{2y - x}{5} = 0 \Leftrightarrow 2y - x = 0 \Leftrightarrow x - 2y = 0$
Resposta: A

10) $\frac{1 + i}{1 - i} = \frac{(1 + i) \cdot (1 + i)}{(1 - i) \cdot (1 + i)} = \frac{(1 + i)^2}{1^2 - i^2} = \frac{1 + 2i + i^2}{1 + 1} = \frac{2i}{2} = i$

Logo, $\left(\frac{1 + i}{1 - i}\right)^4 = i^4 = 1$

Resposta: E

11) I) $(1 + i)^{10} = [(1 + i)^2]^5 = (1 + 2i + i^2)^5 = (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i$
 II) $\frac{1}{(1 + i)^{10}} = \frac{1}{32 \cdot i} = \frac{1}{32 \cdot i} \cdot \frac{i}{i} = \frac{i}{32i^2} = -\frac{i}{32}$
Resposta: A

12) $\frac{i^{246} + i^{121}}{i^{34}} = \frac{i^2 + i^1}{i^2} = \frac{-1 + i}{-1} = 1 - i$
Resposta: D

13) I) $n = \binom{9}{4} = \frac{9!}{4! \cdot (9 - 4)!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5!} = 126$
 II) $k = i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 + i^7 + i^8 + \dots + i^{125} + i^{126} = i^{125} + i^{126} =$
 $= i^1 + i^2 = i - 1 = -1 + i$
Resposta: C

14) $(1 + i)^5 = (1 + i)^2 \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i) =$
 $= (1 + 2i + i^2) \cdot (1 + 2i + i^2) \cdot (1 + i) = (2i) \cdot (2i) \cdot (1 + i) =$
 $= 4i^2 \cdot (1 + i) = -4 \cdot (1 + i)$
Resposta: C

15) $(1 + i)^{10} = [(1 + i)^2]^5 = [1^2 + 2i + i^2]^5 = (2i)^5 = 32i$
Resposta: A

16) $(1 - i)^{16} = [(1 - i)^2]^8 = [1^2 - 2i + i^2]^8 = (-2i)^8 = 256i^8 = 256$
Resposta: E

17) Sejam $u = a + bi \Rightarrow \bar{u} = a - bi$ e $v = c + di \Rightarrow \bar{v} = c - di$
 I) $\bar{u} + \bar{v} = 1 - i \Leftrightarrow (a - bi) + (c - di) = 1 - i \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow (a + c) - (b + d)i = 1 - i \Leftrightarrow \begin{cases} a + c = 1 \\ b + d = 1 \end{cases}$

II) $u^2 - v^2 = 6 \Leftrightarrow (u - v) \cdot (u + v) = 6 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow [(a + bi) - (c + di)] \cdot [(a + bi) + (c + di)] = 6 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow [(a - c) + (b - d)i] \cdot [(a + c) + (b + d)i] = 6$

III) Substituindo (I) em (II), temos:

$[(a - c) + (b - d)i] \cdot [1 + i] = 6 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow (a - c) + (a - c)i + (b - d)i + (b - d)i^2 = 6 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow [(a - c) - (b - d)] + [(a - c) + (b - d)]i = 6 + 0i \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} (a - c) - (b - d) = 6 \\ (a - c) + (b - d) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - c = 3 \\ b - d = -3 \end{cases}$

IV) $\begin{cases} a + c = 1 \\ a - c = 3 \\ b + d = 1 \\ b - d = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -1 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 2 - i \\ v = -1 + 2i \end{cases} \Rightarrow u - v = 3 - 3i$

Resposta: D

18) Para $z = a + bi$ e $\bar{z} = a - bi$, temos:

$$\begin{aligned} z + 2\bar{z} + 3z + 4\bar{z} &= 320 + 28i \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 4z + 6\bar{z} &= 320 + 28i \Leftrightarrow 4 \cdot (a + bi) + 6 \cdot (a - bi) = 320 + 28i \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 4a + 4bi + 6a - 6bi &= 320 + 28i \Leftrightarrow 10a - 2bi = 320 + 28i \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 10a = 320 \\ -2b = 28 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 32 \\ b = -14 \end{cases} \Rightarrow z = 32 - 14i \end{aligned}$$

Resposta: C

19) Para $z = a + bi$ e $\bar{z} = a - bi$, temos:

$$\begin{aligned} \bar{z} &= z^2 \Leftrightarrow (a - bi) = (a + bi)^2 \Leftrightarrow a - bi = a^2 + 2abi + b^2i^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow a - bi &= (a^2 - b^2) + 2abi \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = a \\ 2ab = -b \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = a \\ b(2a + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = a \\ b = 0 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} a^2 - b^2 = a \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = a \\ b = 0 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} - b^2 = -\frac{1}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases} \text{ ou } \\ \text{ou } \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} &\Rightarrow \\ \Rightarrow z = 0 \text{ ou } z = 1 \text{ ou } z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ ou } z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{aligned}$$

Resposta: E

20) Para $z = x + yi$ e $\bar{z} = x - yi$, temos:

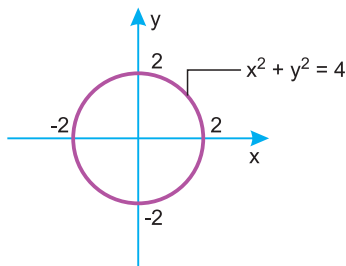
$$z \cdot \bar{z} - 4 = 0 \Rightarrow (x + yi) \cdot (x - yi) = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4, \text{ que representa uma circunferência de centro na origem e raio 2.}$$

Resposta: B

21) a) I) $z \cdot \bar{z} = 4$

$$(x + iy) \cdot (x - iy) = 4 \Leftrightarrow x^2 - i^2y^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4$$

Os pontos (x, y) , da última equação, descrevem uma circunferência de centro na origem e raio 2.



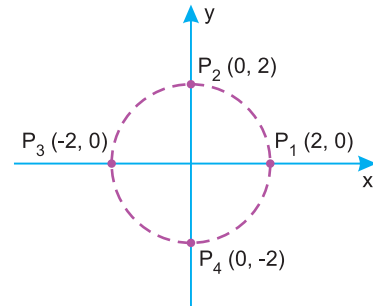
Pode-se, também, observar que:

$$x^2 + y^2 = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \Leftrightarrow |z| = 2$$

II) $(\bar{z})^2 = z^2$

$$\begin{aligned} (x - iy)^2 &= (x + iy)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2xyi + i^2y^2 = x^2 + 2xyi + i^2y^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 4xyi &= 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } y = 0 \Leftrightarrow \text{Re}(z) = 0 \text{ ou } \text{Im}(z) = 0 \end{aligned}$$

b) Fazendo I) $\cap$ II), temos:



Assim, as interseções são os pontos $P_1(2; 0)$; $P_2(0; 2)$; $P_3(-2, 0)$ e $P_4(0; -2)$.

Respostas: a) $|z| = 2$; $\text{Re}(z) = 0$ ou $\text{Im}(z) = 0$

b) $(2; 0)$, $(0; 2)$, $(-2; 0)$ e $(0; -2)$

$$22) \left. \begin{aligned} z_1 &= 3 + 4i \Rightarrow \text{Im}(z_1) = 4 \\ z_2 &= 5 - 7i \Rightarrow \text{Im}(z_2) = -7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Im}(z_1) > \text{Im}(z_2)$$

Resposta: E

■ Módulo 11 – Função Polinomial

1) Se $P(x) = x^3 + (2 + m)x^2 + (3 + 2m)x + 3m$, então:

$$\begin{aligned} P(m) &= m^3 + (2 + m) \cdot m^2 + (3 + 2m)m + 3m = \\ &= m^3 + 2m^2 + m^3 + 3m + 2m^2 + 3m = \\ &= 2m^3 + 4m^2 + 6m \end{aligned}$$

2) $P(x) = x^n - x^{n-1} + x^{n-2} - \dots + x^2 - x + 1$; $P(-1) = 19$

Como os sinais dos coeficientes se alternam e x^2 tem coeficiente positivo, todos os termos que possuem coeficiente positivo têm expoente par e, portanto, n é par.

Para $x = -1$, tem-se:

$$\begin{aligned} P(-1) &= (-1)^n - (-1)^{n-1} + (-1)^{n-2} - \dots + (-1)^2 - (-1)^1 + 1 = \\ &= 1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1 + 1 = 19 \\ &\quad \text{18 termos (pois } 18 + 1 = 19) \end{aligned}$$

Como de $(-1)^n$ a $(-1)^1$ temos 18 termos, então $n = 18$.

Resposta: E

3) Se $2 \cdot P(x) + x^2 \cdot P(x - 1) = x^3 + 2x + 2$, então:

$$\begin{aligned} \text{I) Para } x = 0 &\Rightarrow 2 \cdot P(0) + 0^2 \cdot P(0 - 1) = 0^3 + 2 \cdot 0 + 2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2 \cdot P(0) = 2 \Leftrightarrow P(0) = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II) Para } x = 1 &\Rightarrow 2 \cdot P(1) + 1^2 \cdot P(1 - 1) = 1^3 + 2 \cdot 1 + 2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2 \cdot P(1) + 1 \cdot P(0) = 1 + 2 + 2 \Leftrightarrow 2 \cdot P(1) + 1 \cdot 1 = 5 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2 \cdot P(1) = 4 \Leftrightarrow P(1) = 2 \end{aligned}$$

Resposta: E

4) Em $P(x + 1) = x^2 - 7x + 6$, substituindo x por $x - 1$, tem-se:

$$\begin{aligned} P(x - 1 + 1) &= (x - 1)^2 - 7(x - 1) + 6 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow P(x) &= x^2 - 2x + 1 - 7x + 7 + 6 \Leftrightarrow P(x) = x^2 - 9x + 14 \end{aligned}$$

5) I) $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2$

$$\text{II) } P(-x) = a(-x)^3 + b(-x)^2 + c(-x) + 2 = -ax^3 + bx^2 - cx + 2$$

$$\text{III) } P(x) - P(-x) = 2ax^3 + 2cx$$

IV) Se $P(x) - P(-x) = x^3 \Rightarrow 2ax^3 + 2cx = x^3$, então:

$$\begin{cases} 2a = 1 \\ 2c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ c = 0 \end{cases}$$

V) $P(-1) = 0 \Rightarrow -a + b - c + 2 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} + b - 0 + 2 = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{3}{2}$$

Assim, $P(x) = \frac{1}{2} \cdot x^3 - \frac{3}{2} \cdot x^2 + 2x$ e, portanto,

$$P(1) = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 2 = 1 \text{ e } P(2) = \frac{1}{2} \cdot 8 - \frac{3}{2} \cdot 4 + 2 = 0$$

Resposta: C

6) Para que o polinômio

$p(x) = (m-4)x^3 + (m^2-16)x^2 + (m+4)x + 4$ tenha grau 2, devemos ter:

$$\begin{cases} m-4 = 0 \\ m^2-16 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m \neq 4 \text{ e } m \neq -4 \end{cases} \Rightarrow \text{não existe } m$$

Resposta: E

7) $gr(f) = n + 2$

$gr(g) = n - 1$

$f(x) \mid g(x)$

$r(x) \mid q(x)$

I) $gr(q) = gr(f) - gr(g) = (n+2) - (n-1) = 2+1 = 3 \Rightarrow gr(q) = 3$

II) $0 \leq gr(r) < gr(g) \Rightarrow 0 \leq gr(r) < n-1; n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$

$$\begin{aligned} 8) \quad 4x^2 - (x^2 + x^3) + x^3 + 2x - 3x^2 - 2x &= \\ = 4x^2 - x^2 - x^3 + x^3 + 2x - 3x^2 - 2x &= 4x^2 - 4x^2 + 0 \cdot x^3 + 0 \cdot x = \\ = 0 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x \end{aligned}$$

Resposta: E

$$\begin{aligned} 9) \quad \text{I) } ax^2 + b(x+1)^2 + c(x+2)^2 &= (x+3)^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow ax^2 + bx^2 + 2bx + b + cx^2 + 4cx + 4c &= x^2 + 6x + 9 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (a+b+c) \cdot x^2 + (2b+4c) \cdot x + b + 4c &= x^2 + 6x + 9 \end{aligned}$$

$$\text{II) } \begin{cases} a+b+c = 1 \\ 2b+4c = 6 \\ b+4c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c = 1 \\ b+2c = 3 \\ b+4c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c = 1 \\ b+4c = 9 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = -2 \\ b = -3 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\text{III) } a - b + c = 1 - (-3) + 3 = 1 + 3 + 3 = 7$$

Resposta: E

$$10) \quad \text{I) } P_1(x) = (m+n+p)x^4 - (p+1)x^3 + mx^2 + (n-p)x + n$$

$$\text{II) } P_2(x) = 2mx^3 + (2p+7)x^2 + 5mx + 2m$$

$$\text{III) } P_1(x) = P_2(x) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+n+p = 0 \\ -p-1 = 2m \\ m = 2p+7 \\ n-p = 5m \\ n = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+n+p = 0 \\ 2m+p = -1 \\ m = 2p+7 \\ n-p = 5m \\ n = 2m \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+n+p = 0 \\ p = -3 \\ m = 1 \\ n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \\ p = -3 \end{cases}$$

Resposta: A

$$\begin{aligned} 11) \quad \frac{x+3}{x^2-1} &= \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{x+3}{(x-1) \cdot (x+1)} &= \frac{A \cdot (x+1) + B \cdot (x-1)}{(x-1) \cdot (x+1)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow Ax + A + Bx - B &= x + 3 \Leftrightarrow (A+B) \cdot x + (A-B) = x + 3 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} A+B = 1 \\ A-B = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} A = 2 \\ B = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Resposta: E

$$\begin{aligned} 12) \quad \frac{8}{x^3-4x} &= \frac{a}{x} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x+2} \Leftrightarrow \frac{8}{x \cdot (x-2) \cdot (x+2)} = \\ = \frac{a \cdot (x-2) \cdot (x+2) + b \cdot x \cdot (x+2) + c \cdot x \cdot (x-2)}{x \cdot (x-2) \cdot (x+2)} &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow a(x^2-4) + bx^2 + 2bx + cx^2 - 2cx &= 8 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (a+b+c)x^2 + (2b-2c)x - 4a &= 8 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c = 0 \\ 2b-2c = 0 \\ -4a = 8 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Resposta: E

$$13) \quad P(x) = x^5 - 7x^2 + 2x + 4 \\ Q(x) = x^3 - 8$$

$$\begin{array}{r} \text{I) } x^5 - 7x^2 + 2x + 4 \quad \overline{) \quad x^3 - 8} \\ -x^5 + 8x^2 \\ \hline R(x) = x^2 + 2x + 4 \end{array}$$

$$\text{II) } R(x) = x^2 + 2x + 4 \\ A = 1; B = 2; C = 4$$

$$\text{III) } 4A + 2B + C = 4 + 4 + 4 = 12$$

Resposta: C

$$\begin{aligned} 14) \quad x^4 + 69 \quad \overline{) \quad x^2 + 4x + 8} \\ -x^4 - 4x^3 - 8x^2 \\ \hline -4x^3 - 8x^2 + 69 \\ + 4x^3 + 16x^2 + 32x \\ \hline 8x^2 + 32x + 69 \\ - 8x^2 - 32x - 64 \\ \hline 5 \end{aligned}$$

Resposta: D

$$15) \text{ I) } P(x) = 2 \cdot (x+1)^2 + x \cdot (x-1) + 8 = \\ = 2x^2 + 4x + 2 + x^2 - x + 8 = 3x^2 + 3x + 10$$

$$\text{II) } \begin{array}{r} 3x^2 + 3x + 10 \\ - 3x^2 - 3x - 3 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 + x + 1 \\ 3 \end{array}$$

Resposta: C

$$16) \text{ P(x) } \begin{array}{r} x^2 + 1 \\ x + 1 \quad 2x - 1 \end{array} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(x) = (x^2 + 1) \cdot (2x - 1) + (x + 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1 + x + 1 \Leftrightarrow P(x) = 2x^3 - x^2 + 3x$$

Resposta: D

$$17) \text{ I) } \begin{array}{r} P(x) \\ 13x + 5 \end{array} \begin{array}{r} x^2 + x - 1 \\ x - 5 \end{array}$$

Portanto:

$$P(x) = (x^2 + x - 1) \cdot (x - 5) + 13x + 5$$

$$\text{II) } P(1) = (1^2 + 1 - 1) \cdot (1 - 5) + 13 \cdot 1 + 5 = -4 + 13 + 5 = 14$$

Resposta: E

$$18) \text{ I) } \begin{array}{r} x^3 + mx^2 - 1 \\ - x^3 - x^2 + x \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 + x - 1 \\ x + (m - 1) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (m - 1) \cdot x^2 + x - 1 \\ - (m - 1) \cdot x^2 - (m - 1) \cdot x + m - 1 \\ \hline (-m + 2) \cdot x + m - 2 \end{array}$$

$$\text{II) } (-m + 2) \cdot x + m - 2 = 0 \cdot x + 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m + 2 = 0 \\ m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Resposta: E

$$19) \text{ I) } \begin{array}{r} ax^4 + 5x^2 - ax + 4 \\ - ax^4 + 4ax^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - 4 \\ ax^2 + (5 + 4a) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (5 + 4a)x^2 - ax + 4 \\ - (5 + 4a)x^2 + 16a + 20 \\ \hline -ax + 16a + 24 \end{array}$$

$$\text{II) } r(4) = 0 \Rightarrow r(4) = -4a + 16a + 24 = 0 \Rightarrow 12a = -24 \Rightarrow a = -2$$

$$\text{III) } Q(x) = ax^2 + (5 + 4a) = -2x^2 + [5 + 4 \cdot (-2)] = -2x^2 - 3$$

$$\text{IV) } Q(1) = -2 \cdot (1)^2 - 3 = -2 - 3 = -5$$

Resposta: C

$$20) \text{ Note que } x^2 + 2x - 3 = (x + 3) \cdot (x - 1)$$

Fazendo $P(x) = x^{80} + 3 \cdot x^{79} - x^2 - x - 1$, temos:

$$\text{I) } \begin{array}{r} x^{80} + 3 \cdot x^{79} - x^2 - x - 1 \\ r_1 \end{array} \quad \begin{array}{r} x + 3 \\ Q_1(x) \end{array}$$

$$r_1 = P(-3) = (-3)^{80} + 3 \cdot (-3)^{79} - (-3)^2 - (-3) - 1 = \\ = 3^{80} - 3^{80} - 9 + 3 - 1 = -7 \Rightarrow P(-3) = -7$$

$$\text{II) } \begin{array}{r} x^{80} + 3 \cdot x^{79} - x^2 - x - 1 \\ r_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} x - 1 \\ Q_2(x) \end{array}$$

$$r_2 = P(1) = 1^{80} + 3 \cdot 1^{79} - 1^2 - 1 - 1 = 1 + 3 - 1 - 1 - 1 = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow P(1) = 1$$

$$\text{III) } \begin{array}{r} P(x) \\ R(x) = ax + b \end{array} \quad \begin{array}{r} (x + 3) \cdot (x - 1) \\ Q(x) \end{array} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(x) = (x + 3) \cdot (x - 1) \cdot Q(x) + ax + b$$

$$\text{IV) } \begin{cases} P(-3) = -7 \\ P(1) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3a + b = -7 \\ a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow R(x) = 2x - 1$$

$$\text{V) } R(0) = 2 \cdot 0 - 1 = -1$$

Resposta: B

$$21) \text{ } x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 4x - 21 \text{ por } x + 3$$

Utilizando o dispositivo de Briot-Ruffini:

1	2	-2	-4	-21	-3
1	-1	+1	-7	0	

coeficientes resto

$$Q(x) = x^3 - x^2 + x - 7 \text{ e resto nulo}$$

Resposta: E

$$22) \text{ Pelo dispositivo de Briot-Ruffini:}$$

1	1	1	1	1	-1
1	0	1	0	1	

coeficientes resto

$$Q(x) = x^3 + x \text{ e resto igual a } 1$$

Pelo Teorema do resto:

$$P(-1) = (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 1$$

Resposta: D

$$23) \text{ Utilizando o Teorema do resto:}$$

$$r = p\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 =$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2^4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{1}{8} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{1 - 12 + 8}{8} = -\frac{3}{8}$$

Resposta: D

24) Pelo dispositivo prático de Briot-Ruffini:

2	-5	0	-10	-1	3
2	1	3	-1	-4	

coeficientes resto

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 + 3x - 1$$

Resposta: E

25) Pelo Teorema do resto:

$$r = P(1) = 1^5 - 4 \cdot 1^3 + 2 \cdot 1 + 1 = 1 - 4 + 2 + 1 = 0$$

Resposta: B

26) Pelo Teorema do resto:

$$r = 10 \Leftrightarrow p(5) = 10 \Leftrightarrow 5^4 - 4 \cdot 5^3 - k \cdot 5 - 75 = 10 \Leftrightarrow 5^3 - 4 \cdot 5^2 - k - 15 = 2 \Leftrightarrow 125 - 100 - k = 17 \Leftrightarrow k = 8$$

Resposta: E

27) I) $f \begin{array}{r} x^2 - 1 \\ kx - 9 \end{array} \Rightarrow f(x) = (x^2 - 1) \cdot (2x + 1) + kx - 9$

II) Se $f(x)$ é divisível por $x - 2$, então $f(2) = 0$, portanto:
 $(2^2 - 1) \cdot (2 \cdot 2 + 1) + 2k - 9 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 5 + 2k - 9 = 0 \Leftrightarrow 2k = -6 \Leftrightarrow k = -3$

Resposta: D

28) Pelo Teorema do resto, temos que o resto é igual a $p(3)$, então:

$$a \cdot 3^3 - 2 \cdot 3 + 1 = 4 \Leftrightarrow 27a - 6 + 1 = 4 \Leftrightarrow 27a = 9 \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$$

Resposta: B

29) I) Se $P(x)$ é divisível por $x - 2$, então:

$$P(2) = 0 \Rightarrow 2^5 + a \cdot 2^4 - 2b = 0 \Leftrightarrow 2^4 + 2^3 \cdot a - b = 0 \Leftrightarrow 16 + 8a - b = 0 \Leftrightarrow 8a - b = -16$$

II) $P(x)$ dividido por $x + 2$ dá resto 8, então:

$$P(-2) = 8 \Rightarrow (-2)^5 + a \cdot (-2)^4 - b \cdot (-2) = 8 \Leftrightarrow -32 + 16a + 2b = 8 \Leftrightarrow -16 + 8a + b = 4 \Leftrightarrow 8a + b = 20$$

$$\text{III)} \begin{cases} 8a - b = -16 \\ 8a + b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = 18 \end{cases}$$

Resposta: C

30) Sendo $p(x) = x^3 + ax^2 + bx$, pelo Teorema do resto, temos:

$$\begin{cases} p(2) = 2 \\ p(1) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 + 4a + 2b = 2 \\ 1 + a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = -3 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 9 \end{cases}$$

Resposta: A

31) I) Se $p(x)$ é divisível por $x - 3$, então $p(3) = 0$

II) $p(x) \begin{array}{r} x - 1 \\ 10 \end{array} \Rightarrow p(x) = (x - 1) \cdot q(x) + 10$

III) Chamando de r o resto da divisão de $q(x)$ por $x - 3$, temos:
 $r = q(3)$

IV) Para $x = 3$, temos:

$$p(3) = (3 - 1) \cdot q(3) + 10 \Rightarrow 2 \cdot q(3) + 10 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow q(3) = -\frac{10}{2} \Leftrightarrow q(3) = -5 \Rightarrow r = -5$$

Resposta: A

32) I) Pelo Teorema do resto, $p(2) = 1$ e $p(3) = 2$

II) Notar que $x^2 - 5x + 6 = (x - 2) \cdot (x - 3)$. Portanto, temos:

$$\begin{array}{r} p(x) \\ r(x) = ax + b \end{array} \begin{array}{r} (x - 2) \cdot (x - 3) \\ Q(x) \end{array} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p(x) = (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot Q(x) + ax + b$$

$$\text{III)} \begin{cases} p(2) = 1 \\ p(3) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 1 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow r(x) = x - 1$$

Resposta: D

FRENTE 2 – ÁLGEBRA

■ Módulo 9 – Sequências e Progressão Aritmética

1) Se $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ e $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, então:

I) $a_3 = a_1 + a_2 = 1 + 3 = 4$

II) $a_4 = a_2 + a_3 = 3 + 4 = 7$

III) $a_5 = a_3 + a_4 = 4 + 7 = 11$

IV) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 1 + 3 + 4 + 7 + 11 = 26$

Resposta: D

2) I) $a_n = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$

II) $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{98} \cdot a_{99} =$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} = \frac{1}{100} = 0,01$$

Resposta: C

3) Na P.A., tem-se $a_7 = 12$ e $r = 5$, então:

$$a_7 = a_1 + 6 \cdot r \Rightarrow 12 = a_1 + 6 \cdot 5 \Leftrightarrow 12 = a_1 + 30 \Leftrightarrow a_1 = -18$$

Resposta: A

4) O décimo quinto termo da progressão aritmética (5; 7; 9; ...) é $a_{15} = 5 + 14 \cdot 2 = 33$.

Resposta: C

5) A população mundial atual é de $4 \times 1,5$ bilhão de pessoas, ou seja, 6,0 bilhões de habitantes.

Assim, na progressão aritmética ($p_1, p_2, p_3, \dots$) que determina o número de habitantes da Terra em (2007, 2008, 2009, ...), respectivamente, temos:

I) $p_1 = 6,0$ bilhões e $p_2 = 6,095$ bilhões, portanto, a razão (r) da progressão é, em número de habitantes, $r = (6,095 - 6,0)$ bilhão = 0,095 bilhão.

II) $p_{19} = p_1 + (19 - 1) \cdot r = (6,0 + 18 \cdot 0,095)$ bilhões = 7,71 bilhões.

O número de habitantes da Terra que, em 2025, não terá água potável será de $\frac{2}{3} \cdot 7,71$ bilhões = 5,14 bilhões.

Resposta: A

- 6) I) (20; 23; 26; ...; 152) é uma P.A. de razão 3, então:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \Rightarrow 152 = 20 + (n - 1) \cdot 3 \Leftrightarrow 132 = (n - 1) \cdot 3 \Leftrightarrow 44 = n - 1 \Leftrightarrow n = 45, \text{ assim, o restaurante serviu 152 refeições após 45 dias de funcionamento.}$$

- II) Não abrindo aos domingos, cada semana tem 6 dias de funcionamento do restaurante, assim:

$$\begin{array}{c|c} 45 & 6 \\ 3 & 7 \end{array} \Rightarrow 45 = 6 \cdot 7 + 3$$

- III) Se o primeiro dia de funcionamento foi uma segunda-feira, 45 dias depois equivalem a 7 semanas de segunda a sábado mais 3 dias, o que ocorreu numa quarta-feira.

Resposta: C

- 7) Observando-se que

$$f(n + 1) = \frac{2 \cdot f(n) + 1}{2} = \frac{2 \cdot f(n)}{2} + \frac{1}{2} = f(n) + \frac{1}{2}, \text{ a}$$

$$\text{seqüência definida por } \begin{cases} f(1) = 2 \\ f(n + 1) = f(n) + \frac{1}{2} \end{cases} \text{ é uma P.A. cujo}$$

primeiro termo é $f(1) = 2$ e cuja razão é $r = \frac{1}{2}$, assim:

$$f(101) = f(1) + 100 \cdot r = 2 + 100 \cdot \frac{1}{2} = 2 + 50 = 52$$

Resposta: D

- 8) I) $1492 \begin{array}{c|c} 15 \\ 7 & 99 \end{array} \Rightarrow 1492 + (15 - 7) = 1500$ é múltiplo de 15

$$\text{II) } 3427 \begin{array}{c|c} 15 \\ 7 & 228 \end{array} \Rightarrow 3427 - 7 = 3420 \text{ é múltiplo de 15}$$

- III) Os múltiplos de 15 entre 1492 e 3427 estão em P.A. com

$$a_1 = 1500, r = 15 \text{ e } a_n = 3420, \text{ assim:}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \Rightarrow 3420 = 1500 + (n - 1) \cdot 15 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3420 = 1500 + 15n - 15 \Leftrightarrow 1935 = 15n \Leftrightarrow n = 129$$

Resposta: 129

$$9) 3r - 1 = \frac{r - 1 + r - 3}{2} \Leftrightarrow 6r - 2 = 2r - 4 \Leftrightarrow 4r = -2 \Leftrightarrow r = -\frac{1}{2}$$

Resposta: B

- 10) I) Se a for a idade do filho do meio e r for a razão, podemos representar essas idades por $a - 2r$; $a - r$; a ; $a + r$; $a + 2r$

- II) Pelo enunciado:

$$\begin{cases} (a - 2r) + (a - r) + a + (a + r) + (a + 2r) = 100 \\ (a + 2r) - (a - 2r) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 20 \\ r = 3 \end{cases}$$

- III) As idades são: 14; 17; 20; 23; 26.

- IV) A idade do 2º filho é 23.

Resposta: B

- 11) Sendo x a quantia emprestada por cada irmão, em milhares de reais, tem-se:

- I) $(15 - x; 4 + 2x; 17 - x)$ é uma P.A., então

$$4 + 2x = \frac{15 - x + 17 - x}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8 + 4x = 32 - 2x \Leftrightarrow 6x = 24 \Leftrightarrow x = 4$$

- II) O valor emprestado, acrescido de 20% é dado por

$$2x \cdot 1,20 = 2 \cdot 4 \cdot 1,20 = 9,6$$

- III) 9,6 milhares de reais = 9 600 reais

Resposta: E

- 12) Na P.A., $a_9 + a_{n-8} = a_1 + a_n$, pois $9 + n - 8 = 1 + n$, assim:

$$a_9 + a_{n-8} = (x - 1)^3 + (x + 1)^3 =$$

$$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 2x^3 + 6x$$

Resposta: A

- 13) $a_6 + a_{n-5} = a_1 + a_n$, pois $6 + n - 5 = 1 + n$.

$$\text{Portanto, } a_6 + a_{n-5} = a_1 + a_n = 120$$

Resposta: A

- 14) Os n primeiros números ímpares (1, 3, 5, ..., $2n - 1$) formam uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1 = 1$, milésimo termo $a_{1000} = 2 \cdot 1000 - 1 = 1999$, e cuja soma é dada por:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \Leftrightarrow S_{1000} = \frac{(1 + 1999) \cdot 1000}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S_{1000} = 1.000.000$$

Resposta: A

- 15) Observando que $100 \begin{array}{c|c} 7 \\ 2 & 14 \end{array}$ e $250 \begin{array}{c|c} 7 \\ 5 & 35 \end{array}$ concluímos que o

primeiro múltiplo de 7 após o 100 é $a_1 = 100 + (7 - 2) = 105$ e o múltiplo de 7 que antecede o 250 é $a_n = 250 - 5 = 245$.

A soma pedida é, portanto,

$$S_n = 105 + 112 + 119 + \dots + 245 = \frac{(105 + 245)}{2} \cdot n$$

Como $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$, temos que

$$245 = 105 + (n - 1) \cdot 7 \Leftrightarrow n - 1 = 20 \Leftrightarrow n = 21$$

$$\text{Então, } S_n = \frac{(105 + 245)}{2} \cdot 21 = 175 \cdot 21 = 3675$$

Resposta: E

$$16) S_{11} = \frac{(a_1 + a_{11})}{2} \cdot 11 = 1474 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(a_1 + a_{11})}{2} = 134 \Leftrightarrow \frac{2a_6}{2} = 134 \Leftrightarrow a_6 = 134$$

Resposta: C

- 17) Se T_n representa o n ésimo número triangular, então

$$T_1 = 1$$

$$T_2 = 1 + 2$$

$$T_3 = 1 + 2 + 3$$

⋮

$$T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

Portanto, $T_{100} = 1 + 2 + 3 + \dots + 100 = \frac{(1 + 100)}{2} \cdot 100 = 5050$

Resposta: A

- 18) Os números naturais n , $100 \leq n \leq 999$, que, divididos por 9, deixam resto 2, são os termos da progressão aritmética: (101; 110; 119; ...; 992), de razão $r = 9$

Fazendo $a_1 = 101$ e $a_p = 992$, tem-se:

$$a_p = a_1 + (p - 1) \cdot r \Rightarrow 992 = 101 + (p - 1) \cdot 9 \Leftrightarrow p = 100$$

$$\text{e } S_p = S_{100} = \frac{(101 + 992) \cdot 100}{2} = 54\,650$$

Resposta: D

- 19) I) Se $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{25})$ forem os 25 primeiros termos de uma progressão aritmética, de razão 2, que representam os preços dos DVDs, então

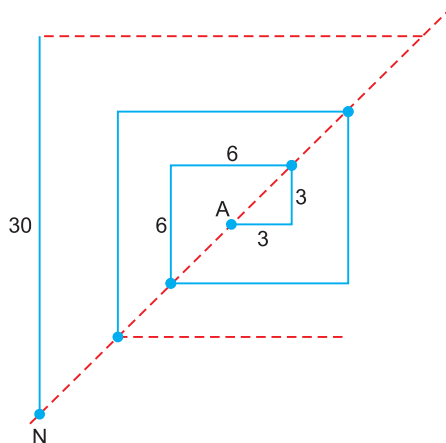
$$\begin{cases} a_{25} = a_1 + (25 - 1) \cdot 2 \\ a_{25} = 7a_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 8 \\ a_{25} = 56 \end{cases}$$

- II) A soma dos 25 primeiros termos da progressão aritmética (8, 10, 12, ..., 56, ...) é

$$S_{25} = \frac{8 + 56}{2} \cdot 25 = 800$$

Resposta: E

20)



Observe na figura que o ponto A de início da busca é o centro de um quadrado, onde um dos vértices é o ponto N, local do naufrágio.

Se $AN = 15\sqrt{2}$ milhas, o último trecho percorrido pela equipe antes de atingir os naufragos é lado de um quadrado de 30 milhas de lado.

Assim, a equipe andou

$$3 + 3 + 6 + 6 + 9 + 9 + \dots + 30 + 30 = 2 \cdot (3 + 6 + 9 + \dots + 30) = 2 \cdot \frac{(3 + 30) \cdot 10}{2} = 330 \text{ milhas e levou } \frac{330}{30} = 11 \text{ horas.}$$

Resposta: B

$$21) \begin{cases} S_1 = a_1 = 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 = 5 \\ S_2 = a_1 + a_2 = 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 = 14 \end{cases}$$

Portanto,

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_1 + a_2 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 5 \\ a_2 = 9 \end{cases} \text{ e,}$$

consequentemente, $r = a_2 - a_1 = 4$.

Resposta: D

$$22) \text{ a) } a_1 + a_9 = a_1 + a_1 + 8r = a_1 + r + a_1 + 7r = a_2 + a_8$$

$$\text{b) } S_9 = 17\,874 \Leftrightarrow \frac{(a_1 + a_9) \cdot 9}{2} = 17\,874 \text{ e como}$$

$$a_1 + a_9 = a_5 + a_5 = 2 \cdot a_5, \text{ tem-se:}$$

$$\frac{2 \cdot a_5 \cdot 9}{2} = 17\,874 \Leftrightarrow 9 \cdot a_5 = 17\,874 \Leftrightarrow a_5 = 1986$$

Respostas: a) demonstração

b) 1986

■ Módulo 10 – Progressões Geométricas

- 1) Por exemplo, $q = 2$ e $a_1 = -1$

$(a_n) = (-1; -2; -4; -8; \dots)$ estritamente decrescente.

Resposta: A

- 2) Considerando a P.G. (110 000; 121 000; ...), a razão é

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{121\,000}{110\,000} = 1,1 \text{ e o terceiro termo é}$$

$$a_3 = a_2 \cdot q = 121\,000 \cdot 1,1 = 133\,100$$

Resposta: D

- 3) A sequência em questão é uma progressão geométrica de 1º termo $a_1 = 1$ e razão $q = 2$.

Como $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, o 21º termo é

$$a_{21} = a_1 \cdot q^{20} = 1 \cdot 2^{20} = 2^{10} \cdot 2^{10} = 1024 \cdot 1024 = 1\,048\,576 \text{ e } 1\,000\,000 < 1\,048\,576 < 1\,050\,000.$$

Resposta: E

- 4) Na progressão geométrica dada tem-se $a_1 = 1$ e

$$q = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ e, utilizando o termo geral } a_n = a_1 \cdot q^{n-1}, \text{ resulta}$$

$$a_{11} = a_1 \cdot q^{10} = 1 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{10} = \frac{2^5}{2^{10}} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

$$\text{Resposta: } \frac{1}{32}$$

- 5) Em 1902, a pintura valia 100 dólares.

Em 1912, a pintura valia $(2 \cdot 100)$ dólares.

Em 1922, a pintura valia $(2^2 \cdot 100)$ dólares.

⋮

Em 2002, a pintura valia

$$(2^{10} \cdot 100) \text{ dólares} = 102\,400 \text{ dólares.}$$

Resposta: D

- 6) I) 3 horas = 180 min = 9 . 20 min
 II) Após 3 horas, o número de bactérias da espécie que divide-se em duas a cada 20 minutos, é o 9º termo da P.G. (1, 2, 4, ...), assim, $a_9 = a_1 \cdot q^8 = 1 \cdot 2^8 = 2^8$
 III) 3 horas = 180 min = 6 . 30 min
 IV) Após 3 horas, o número de bactérias da espécie que divide-se em duas a cada 30 minutos, é o 6º termo da P.G. (1, 2, 4, ...), assim, $b_6 = b_1 \cdot q^5 = 1 \cdot 2^5 = 2^5$
 V) A relação pedida é $\frac{a_9}{b_6} = \frac{2^8}{2^5} = 2^3 = 8$

Resposta: A

- 7) Na P.G.(1; a; ...), tem-se $a_1 = 1$ e $q = a$. Se $a_9 = 256$, então:

$$a_9 = a_1 \cdot q^8 \Rightarrow 256 = 1 \cdot a^8 \Leftrightarrow 2^8 = a^8 \Leftrightarrow a = \pm \sqrt[8]{2^8} = \pm 2$$

Resposta: C

- 8) A cada ano que passa, o valor do carro passa a ser 70% do valor do ano anterior (100% - 30% = 70%).

Se v é o valor do 1º ano, no oitavo ano, o carro estará valendo $a_8 = a_1 \cdot q^7 = v \cdot (0,7)^7 = (0,7)^7 \cdot v$

Resposta: A

- 9) Sendo $a_1 = \frac{1}{9}$, $q = 3$, $a_n = 729$ e $a_n = a_1 \cdot a^{n-1}$, resulta

$$729 = \frac{1}{9} \cdot 3^{n-1} \Leftrightarrow 3^6 \cdot 3^2 = 3^{n-1} \Leftrightarrow 3^8 = 3^{n-1} \Leftrightarrow n-1 = 8 \Leftrightarrow n = 9$$

Resposta: B

- 10) Se $(\sqrt[3]{3}; \sqrt[3]{3}; x)$ é uma P.G., então:

$$(\sqrt[3]{3})^2 = \sqrt[3]{3} \cdot x \Leftrightarrow 3 = \sqrt[3]{3} \cdot x \Leftrightarrow x = \frac{3}{\sqrt[3]{3}} = \frac{3}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{9}}{3} = \sqrt[3]{9}$$

Resposta: D

- 11) Se $4x$, $2x + 1$, $x - 1$ estão em P.G., nesta ordem, então $(2x + 1)^2 = 4x(x - 1) \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 4x^2 - 4x \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 4x + 1 = -4x \Leftrightarrow 8x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{8}$$

Resposta: A

- 12) Se $(\log a; \log b; \log c)$ é uma P.A., então:

$$\log b = \frac{\log a + \log c}{2} \Leftrightarrow 2 \cdot \log b = \log a + \log c \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log b^2 = \log(a \cdot c) \Leftrightarrow b^2 = a \cdot c \Rightarrow (a; b; c) \text{ é uma P.G.}$$

Resposta: B

- 13) Se $(1 + x; 3 + x; 6 + x)$ é uma P.G., então:

$$(3 + x)^2 = (1 + x) \cdot (6 + x) \Leftrightarrow 9 + 6x + x^2 = 6 + x + 6x + x^2 \Leftrightarrow x = 3$$

Assim, para $x = 3$, tem-se a P.G. (4; 6; 9), cuja razão é

$$q = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Resposta: C

- 14) I) Se $\left(\frac{1}{3}; a; 27\right)$ é uma P.G., com $a > 0$, tem-se:

$$a_3 = a_1 \cdot q^2 \Leftrightarrow 27 = \frac{1}{3} \cdot q^2 \Leftrightarrow q^2 = 81 \Rightarrow q = 9, \text{ pois } a > 0$$

- II) Se $(x; y; z)$ é um P.A. com $x + y + z = 15$ e razão $r = q = 9$, tem-se:

$$\begin{cases} x + y + z = 15 \\ x = y - 9 \\ z = y + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - 3 + y + y + 3 = 15 \\ x = y - 9 \\ z = y + 9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 15 \\ x = y - 9 \\ z = y + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = -4 \\ z = 14 \end{cases}$$

Resposta: A

- 15) Na P.G.(2; 6; 18; ...), temos $a_1 = 2$ e $q = 3$. Então,

$$a_{21} = a_1 \cdot q^{20} = 2 \cdot 3^{20}$$

O produto dos 21 primeiros termos da P.G. é

$$|P_{21}| = \sqrt{(a_1 \cdot a_{21})^{21}} = \sqrt{(2 \cdot 2 \cdot 3^{20})^{21}} = \sqrt{2^{42} \cdot 3^{420}} = 2^{21} \cdot 3^{210} \text{ e todos os termos são positivos.}$$

$$\text{Resposta: } P_{21} = 2^{21} \cdot 3^{210}$$

- 16) I) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ q = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = \sqrt{2}^{n-1} = 2^{\frac{n-1}{2}}$

$$\text{II) } P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n} = 2^{39} \Rightarrow \sqrt{\left(2^{\frac{n-1}{2}}\right)^n} = 2^{39} \Leftrightarrow 2^{\frac{n^2-n}{4}} = 2^{39} \Leftrightarrow \frac{n^2-n}{4} = 39 \Leftrightarrow n^2-n-156 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = 13, \text{ pois } n > 0$$

Resposta: B

- 17) Na P.G. (1; 2; 4; 8; 16; ...), sendo $S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$, tem-se:

$$S_{20} = \frac{a_1 \cdot (q^{20} - 1)}{q - 1} = \frac{1 \cdot (2^{20} - 1)}{2 - 1} = 2^{20} - 1 = (2^4)^5 - 1 = 16^5 - 1$$

Resposta: A

- 18) I) P.G.(1; 3; 9; ...) $q = 3$

$$\text{II) } S_7 = \frac{1 \cdot (1 - 3^7)}{1 - 3} = \frac{2186}{2} = 1093$$

Resposta: E

- 19) A quantidade de área desmatada a cada ano, em km^2 , são os termos da progressão geométrica (3; 6; 12; 24; ...).

A área total desmatada nos n anos em que ocorreram desmatamentos, em km^2 , é a soma dos n primeiros termos dessa progressão.

Desta forma:

$$S_n = \frac{a_1 [q^n - 1]}{q - 1} = \frac{3 \cdot [2^n - 1]}{2 - 1} = 381 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2^n - 1 = 127 \Leftrightarrow 2^n = 128 = 2^7 \Leftrightarrow n = 7$$

Resposta: $n = 7$

- 20) O número de gotas que vazaram a cada hora são os termos da progressão geométrica (1; 2; 4; 8; ...)

Durante as 24 horas do dia vazaram

$$S_{24} = \frac{1 \cdot (2^{24} - 1)}{2 - 1} \approx 2^{24} \text{ gotas, correspondente a}$$

$$\frac{2^{24}}{2^{14}} = 2^{10} \text{ litros, ou seja, 1024 litros.}$$

Resposta: A

$$21) \begin{cases} S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \\ a_1 = 1 \\ q = 3 \\ S_n = 3280 \end{cases} \Rightarrow 3280 = \frac{1 \cdot (3^n - 1)}{3 - 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3^n - 1 = 6560 \Leftrightarrow 3^n = 6561 \Leftrightarrow 3^n = 3^8 \Leftrightarrow n = 8$$

Resposta: B

$$22) \text{ I) } \begin{cases} a_3 = 40 \\ a_6 = -320 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 \cdot q^2 = 40 \\ a_1 \cdot q^5 = -320 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{a_1 q^2}{a_1 q^5} = \frac{40}{-320} \Leftrightarrow \frac{1}{q^3} = \frac{1}{-8} \Leftrightarrow q^3 = -8 \Leftrightarrow q = -2$$

$$\text{II) } a_1 \cdot q^2 = 40 \Rightarrow a_1 \cdot (-2)^2 = 40 \Leftrightarrow a_1 = 10$$

$$\text{III) } S_8 = \frac{10 \cdot [(-2)^8 - 1]}{-2 - 1} = \frac{2550}{-3} = -850$$

Resposta: B

- 23) Sendo $a_1 = 2$, $a_n = 432$ e $S_n = 518$, tem-se:

$$\text{I) } S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{a_1 q^n - a_1}{q - 1} =$$

$$= \frac{a_1 q^n - 1 \cdot q - a_1}{q - 1} = \frac{a_n \cdot q - a_1}{q - 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 518 = \frac{432q - 2}{q - 1} \Leftrightarrow 518q - 518 = 432q - 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 86q = 516 \Leftrightarrow q = 6$$

$$\text{II) } a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow 432 = 2 \cdot 6^{n-1} \Leftrightarrow 216 = 6^{n-1} \Leftrightarrow \\ \Rightarrow 6^3 = 6^{n-1} \Leftrightarrow 3 = n - 1 \Leftrightarrow n = 4$$

III) Para $q = 6$ e $n = 4$, tem-se $q > n$

Resposta: C

- 24) Para $x_0 = 1$ e $x_n = a \cdot x_{n-1}$, tem-se:

$$x_1 = a \cdot x_0 = a \cdot 1 = a$$

$$x_2 = a \cdot x_1 = a \cdot a = a^2$$

$$x_3 = a \cdot x_2 = a \cdot a^2 = a^3$$

Assim, a sequência $(x_1; x_2; x_3; \dots) = (a; a^2; a^3; \dots)$ é uma P.G. de primeiro termo $x_1 = a$ e razão $q = a$

a) Quando $a = 2$, tem-se a P.G. $(2; 2^2; 2^3; \dots)$, assim,

$$x_{11} = x_1 \cdot q^{10} = a \cdot a^{10} = a^{11} = 2^{11} = 2048$$

b) Quando $a = 3$, tem-se a P.G. $(3; 3^2; 3^3; \dots)$, assim,

$$x_1 + x_2 + \dots + x_8 = S_8 = \frac{3 \cdot (3^8 - 1)}{3 - 1} = \frac{3 \cdot (6561 - 1)}{2} = \\ = \frac{3 \cdot 6560}{2} = 9840$$

Resposta: a) $x_{11} = 2048$

$$\text{b) } x_1 + x_2 + \dots + x_8 = 9840$$

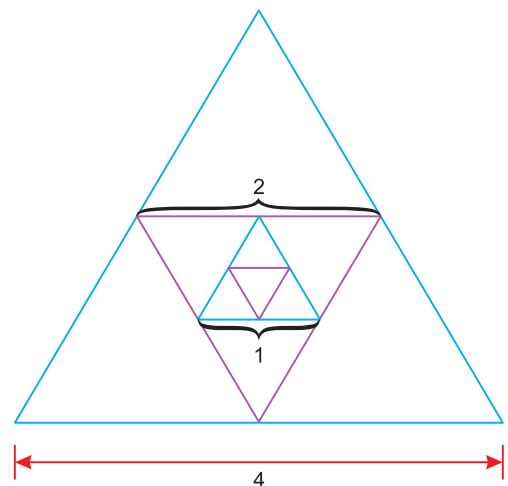
$$25) \text{ I) } 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

II) Para poder fazer o empilhamento indefinidamente, $h \geq \frac{3}{2}$.

Portanto, o menor valor é $\frac{3}{2}$.

Resposta: E

- 26) Os triângulos equiláteros construídos de acordo com o enunciado terão as medidas dos lados constituindo uma progressão geométrica de primeiro termo 4 cm e razão $\frac{1}{2}$, isto é: (4, 2, 1, ...).



A soma S dos perímetros da infinidade de triângulos construídos, em centímetros, é dada por:

$$S = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{2} + \dots$$

$$S = 3 \cdot (4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots) = 3 \cdot \frac{4}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{12}{\frac{1}{2}} = 24$$

Resposta: D

27) A soma das áreas dos infinitos círculos é

$$S = \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \pi \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots, \text{ que é a soma dos}$$

infinitos termos da P.G. em que $a_1 = 9\pi$ e $q = \frac{1}{4}$.

$$\text{Logo, } S = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{9\pi}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{9\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{36\pi}{3} = 12\pi$$

Resposta: C

$$28) \text{ I) } S = \frac{a_1}{1 - q}, \text{ em que } a_1 = \frac{2a}{3} \text{ e } q = \frac{1}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \frac{\frac{2a}{3}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{4a}{5}$$

$$\text{II) } \log_2 S = 2 \Rightarrow \log_2 \left(\frac{4a}{5} \right) = 2 \Leftrightarrow \frac{4a}{5} = 4 \Leftrightarrow a = 5$$

Resposta: E

$$29) \text{ I) } S = \frac{a_1}{1 - q}, \text{ em que } S = \frac{512}{3} \text{ e}$$

$$a_1 = 128 \Rightarrow \frac{512}{3} = \frac{128}{1 - q} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 384 = 512 - 512q \Leftrightarrow 512q = 128 \Leftrightarrow q = \frac{128}{512} \Leftrightarrow q = \frac{1}{4}$$

II) O quinto termo dessa progressão é

$$a_5 = a_1 \cdot q^4 = 128 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 = 128 \cdot \frac{1}{256} = \frac{1}{2}$$

Resposta: B

$$30) x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \frac{x}{27} + \dots = 60 \Leftrightarrow \frac{x}{1 - \frac{1}{3}} = 60 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\frac{2}{3}} = 60 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \cdot 60 \Leftrightarrow x = 40$$

Resposta: B

$$31) x^2 - x - \frac{x}{3} - \frac{x}{9} - \frac{x}{27} - \dots = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \left(x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \frac{x}{27} + \dots\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{x}{1 - \frac{1}{3}} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = 1$$

O conjunto solução da equação é $\left\{\frac{1}{2}; 1\right\}$.

Resposta: A

■ Módulo 11 – Fatorial, Números Binomiais e Triângulo de Pascal ou Tartaglia

$$1) \frac{21!}{19!} = \frac{21 \cdot 20 \cdot 19!}{19!} = 21 \cdot 20 = 420$$

Resposta: C

$$2) \frac{21! - 20!}{19!} = \frac{21 \cdot 20 \cdot 19! - 20 \cdot 19!}{19!} = \frac{20 \cdot 19! \cdot (21 - 1)}{19!} = 20 \cdot 20 = 400$$

Resposta: D

$$3) \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1) \cdot n \cdot (n-1)!}{(n-1)!} = (n+1) \cdot n = n^2 + n$$

Resposta: C

$$4) (n+4)! + (n+3)! = 15 \cdot (n+2)! \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (n+4) \cdot (n+3) \cdot (n+2)! + (n+3) \cdot (n+2)! = 15 \cdot (n+2)! \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (n+4) \cdot (n+3) + (n+3) = 15 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow n^2 + 3n + 4n + 12 + n + 3 = 15 \Leftrightarrow n^2 + 8n = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow n \cdot (n+8) = 0 \Rightarrow n = 0, \text{ pois } n \geq -2$$

Resposta: E

$$5) \binom{200}{198} = \frac{200!}{198! \cdot 2!} = \frac{200 \cdot 199 \cdot 198!}{198! \cdot 2 \cdot 1} = 100 \cdot 199 = 19900$$

Resposta: A

$$6) \text{ Se } 2^{\binom{x+1}{4}} = 7^{\binom{x-1}{2}}, \text{ podemos ter:}$$

$$\text{I) } \binom{x+1}{4} = \binom{x-1}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ x+1 < 4 \\ x-1 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq 1 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ ou } x = 2$$

II) Para $x \geq 3$, tem-se:

$$2 \cdot \frac{(x+1)!}{4!(x-3)!} = 7 \cdot \frac{(x-1)!}{2!(x-3)!} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2 \cdot (x+1) \cdot x \cdot (x-1)!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{7 \cdot (x-1)!}{2 \cdot 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1) \cdot x}{4 \cdot 3} = \frac{7}{2} \Leftrightarrow \frac{(x+1) \cdot x}{2 \cdot 3} = 7 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x = 42 \Leftrightarrow x^2 + x - 42 = 0 \Leftrightarrow x = 6, \text{ pois } x \geq 3$$

Resposta: $V = \{1; 2; 6\}$

- 7) $\binom{n}{k} = \binom{n}{p} \neq 0 \Leftrightarrow k = p \text{ ou } k + p = n$, pois se $k + p = n$ os números binomiais são complementares.

Resposta: E

- 8) $\binom{14}{5-x} = \binom{14}{5x-7} \neq 0 \Leftrightarrow 5-x = 5x-7 \text{ ou } 5-x+5x-7 = 14 \Leftrightarrow 6x = 12 \text{ ou } 4x = 16 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = 4$
Resposta: $V = \{2; 4\}$

9) $\binom{20}{0} \binom{20}{1} \dots \binom{20}{13} \binom{20}{14} \dots \binom{20}{20}$
 $\binom{21}{0} \binom{21}{1} \dots \binom{21}{13} \binom{21}{14} \dots \binom{21}{20} \binom{21}{21}$

Utilizando a Relação de Stifel, observando as duas linhas do Triângulo de Pascal acima, tem-se:

$$\binom{20}{13} + \binom{20}{14} = \binom{21}{14}$$

Resposta: C

10) $\binom{m-1}{0} \binom{m-1}{1} \dots \binom{m-1}{p-1} \binom{m-1}{p} \dots \binom{m-1}{m-1}$
 $\binom{m}{0} \binom{m}{1} \dots \binom{m}{p-1} \binom{m}{p} \dots \binom{m}{m-1} \binom{m}{m}$

- I) $\binom{m}{p}$ e $\binom{m}{m-p}$ são números binomiais complementares,

pois $p + m - p = m$, então, $\binom{m}{p} = \binom{m}{m-p} = 55$

II) Utilizando a Relação de Stifel, observando as duas linhas do Triângulo de Pascal acima, tem-se:

$$\binom{m-1}{p-1} + \binom{m-1}{p} = \binom{m}{p} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 + \binom{m-1}{p} = 55 \Leftrightarrow \binom{m-1}{p} = 45$$

Resposta: B

11) $\sum_{k=0}^4 \binom{4}{k} = \binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 2^4 = 16$, pois

é a soma de todos os números binomiais da linha 4.

Resposta: 16

12) $\sum_{k=1}^5 \binom{6}{k} = \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} =$
 $= 2^6 - \binom{6}{0} - \binom{6}{6} = 64 - 1 - 1 = 62$

Resposta: 62

13) $\sum_{k=2}^5 \binom{k}{2} = \binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \binom{5}{2} = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} =$

$$= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3!} = 5 \cdot 4 = 20, \text{ pois é a soma dos primeiros}$$

elementos da coluna 2, e o resultado localiza-se na linha seguinte ($5 + 1 = 6$) e na coluna seguinte ($2 + 1 = 3$), em relação ao último binomial somado.

Resposta: 20

14) $\sum_{k=0}^4 \binom{k+2}{k} = \binom{2}{0} + \binom{3}{1} + \binom{4}{2} + \binom{5}{3} + \binom{6}{4} = \binom{7}{4} =$
 $= \frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 5 = 35$, pois é a soma dos

primeiros elementos de uma diagonal, e o resultado localiza-se abaixo do último binomial somado.

Resposta: 35

15) $\sum_{p=4}^{10} \binom{p}{4} = \binom{4}{4} + \binom{5}{4} + \binom{6}{4} + \dots + \binom{10}{4} = \binom{11}{5} =$
 $= \frac{11!}{5!6!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 6!} = 462$

Resposta: 462

16) $\sum_{k=0}^m \binom{m}{k} = 512 \Leftrightarrow \binom{m}{0} + \binom{m}{1} + \binom{m}{2} + \dots + \binom{m}{m} = 512 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 2^m = 2^9 \Leftrightarrow m = 9$

Resposta: E

- 17) I) Os coeficientes da linha 4 do triângulo de Pascal são 1, 4, 6, 4 e 1.

II) $(x-y)^4 = 1x^4y^0 - 4x^3y^1 + 6x^2y^2 - 4x^1y^3 + 1x^0y^4 =$
 $= x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$

- 18) I) Os coeficientes da linha 6 do Triângulo de Pascal são 1, 6, 15, 20, 15, 6 e 1

II) $(x-2)^6 = 1x^62^0 - 6x^52^1 + 15x^42^2 - 20x^32^3 + 15x^22^4 - 6x^12^5 +$
 $+ 1x^02^6 = x^6 - 12x^5 + 60x^4 - 160x^3 + 240x^2 - 192x + 64$

- 19) I) No desenvolvimento de $(x^2 + 2)^{10}$, com expoentes decrescentes de x , o termo geral é $T_{k+1} = \binom{10}{k} \cdot (x^2)^{10-k} \cdot 2^k$

II) Fazendo $k = 3$, obtém-se o 4º termo, assim:

$$T_4 = \binom{10}{3} \cdot (x^2)^{10-3} \cdot 2^3 = 120 \cdot x^{14} \cdot 8 = 960 \cdot x^{14}$$

Resposta: $960x^{14}$

- 20) I) No desenvolvimento de $\left(x^2 + \frac{3}{2}\right)^4$, o termo geral é

$$T_{k+1} = \binom{4}{k} \cdot (x^2)^{4-k} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^k = \binom{4}{k} \cdot x^{8-2k} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^k$$

- II) Para obter o termo em x^4 , devemos ter $8 - 2k = 4 \Leftrightarrow k = 2$, assim:

$$T_3 = \binom{4}{2} \cdot x^{8-2 \cdot 2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 6 \cdot x^4 \cdot \frac{9}{4} = \frac{27}{2} \cdot x^4$$

Resposta: A

21) I) No desenvolvimento de $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{12}$, o termo geral é

$$T_{k+1} = \binom{12}{k} \cdot (x^2)^{12-k} \cdot (x^{-3})^k = \binom{12}{k} \cdot x^{24-2k} \cdot x^{-3k} = \binom{12}{k} \cdot x^{24-5k}$$

II) Para obter o termo em x^2 , devemos ter $24 - 5k = 2 \Leftrightarrow k = \frac{22}{5}$, assim, não existe o termo pedido, pois $k \notin \mathbb{N}$.

Observe que k deve ser um número natural entre 0 e 12

para que se tenha o binomial $\binom{12}{k} \neq 0$

Resposta: não existe

22) I) No desenvolvimento de $\left(x + \frac{4}{3x}\right)^8$, o termo geral é

$$T_{k+1} = \binom{8}{k} \cdot x^{8-k} \cdot \left(\frac{4}{3x}\right)^k = \binom{8}{k} \cdot x^{8-k} \cdot 4^k \cdot 3^{-k} \cdot x^{-k} = \binom{8}{k} \cdot 4^k \cdot 3^{-k} \cdot x^{8-2k}$$

II) Para obter o termo independente de x , isto é, o termo com x^0 , devemos ter $8 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 4$, assim, o termo é $T_{k+1} = T_5$ (5º termo)

Resposta: D

23) A soma dos coeficientes do desenvolvimento de $(3x + 2y)^5$ é obtida fazendo $x = 1$ e $y = 1$, assim:

$$S = (3 \cdot 1 + 2 \cdot 1)^5 = (3 + 2)^5 = 5^5 = 3125$$

Resposta: 3125

24) A soma dos coeficientes do desenvolvimento de $(x - y)^{104}$ é obtida fazendo $x = 1$ e $y = 1$, assim:

$$S = (1 - 1)^{104} = 0^{104} = 0$$

Resposta: C

FRENTE 3 – GEOMETRIA ANALÍTICA E MÉTRICA

■ Módulo 9 – Equação Geral da Reta e Posição Relativa entre Duas Retas

1) I) O ponto $A(a; 1)$ pertence à reta $x + 2y = 0$, então:

$$a + 2 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow a = -2 \Rightarrow A(-2; 1)$$

II) O ponto $B(2; b)$ pertence à reta $x + 2y = 0$, então:

$$2 + 2b = 0 \Leftrightarrow b = -1 \Rightarrow B(2; -1)$$

III) A distância entre os pontos $A(-2; 1)$ e $B(2; -1)$ é

$$d = \sqrt{(2 + 2)^2 + (1 + 1)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Resposta: A

2) I) O ponto $(1; 2)$ pertence à reta $y = 2x + p - 2q$, então: $2 = 2 \cdot 1 + p - 2q \Leftrightarrow p - 2q = 0$

II) O ponto $(1; 2)$ pertence à reta $y = \frac{3}{2}x + q - 3$, então:

$$2 = \frac{3}{2} \cdot 1 + q - 3 \Leftrightarrow q = \frac{7}{2}$$

$$\text{III) } \begin{cases} p - 2q = 0 \\ q = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 7 \\ q = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow p + q = 7 + \frac{7}{2} = \frac{21}{2}$$

Resposta: C

3) I) O ponto P de intersecção das retas $y = 2x + 1$ e $5y + 2x - 2 = 0$ é dado pela solução do sistema formado pelas duas equações, assim:

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 5y + 2x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + y = 1 \\ 2x + 5y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow P\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$$

II) A reta vertical que passa pelo ponto $P\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ tem

$$\text{equação } x = -\frac{1}{4}$$

Resposta: C

4) A reta $y = -2$ é horizontal, portanto, é mediatriz de um segmento vertical, cujo ponto médio deve ter $y = -2$. Um possível segmento tem extremos $A(0; 0)$ e $B(0; -4)$, pois

$$x_A = x_B \text{ e } \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0 + (-4)}{2} = -2$$

Resposta: A

5) A reta passa pelos pontos $(0; 3)$ e $(5; 0)$, assim, sua equação é dada por:

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3x + 5y - 15 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5y = -3x + 15 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{5}x + 3$$

Resposta: A

6) Os pontos I_1 e I_2 pertencem à parábola $y = x^2$ e à reta $y = -\frac{3}{5}x + 3$, logo, suas coordenadas são as soluções do sistema formado pelas duas equações, assim:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = -\frac{3}{5}x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x^2 = -\frac{3}{5}x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ 5x^2 + 3x - 15 = 0 \end{cases}$$

A soma dos valores de x que satisfazem a equação

$5x^2 + 3x - 15 = 0$ é $-\frac{b}{a} = -\frac{3}{5}$, que corresponde à soma das abscissas dos pontos I_1 e I_2 .

Resposta: A

- 7) A reta passa pelos pontos $(-2; 0)$ e $(2; 3)$, assim, sua equação é dada por:

$$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -6 + 2y - 3x + 2y = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -3x + 4y - 6 = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + 6 = 0$$

Resposta: C

- 8) I) Os pontos $P(3; y_p)$, $(0; 8)$ e $(4; 0)$ estão alinhados, pois pertencem ao gráfico da função do 1º grau $f(x)$, então:

$$\begin{vmatrix} 3 & y_p & 1 \\ 0 & 8 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 24 + 4y_p - 32 = 0 \Leftrightarrow y_p = 2 \Rightarrow P(3; 2)$$

- II) O gráfico da $y = g(x)$ é uma reta que passa pelos pontos $P(3; 2)$ e $(-1; 0)$, assim, sua equação é dada por:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 2 - 3y = 0 \Leftrightarrow 2x - 4y + 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow 2y = x + 1 \Leftrightarrow y = \frac{x + 1}{2}$$

Resposta: D

- 9) A reta passa pelos pontos $(0; 3)$ e $(4; 0)$, assim, sua equação é dada por:

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 12 = 0$$

Outra maneira: A equação da reta cujas intersecções com os eixos são $(p; 0)$ e $(0; q)$ é dada por $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$, assim, para

os pontos $(4; 0)$ e $(0; 3)$, tem-se:

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 4y = 12 \Leftrightarrow 3x + 4y - 12 = 0$$

Resposta: D

- 10) I) Sendo P o ponto médio do lado $\overline{NQ}$, com $N(2; 9)$ e $Q(4; 3)$, tem-se:

$$\begin{cases} x_p = \frac{x_N + x_Q}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3 \\ y_p = \frac{y_N + y_Q}{2} = \frac{9 + 3}{2} = 6 \end{cases} \Rightarrow P(3; 6)$$

- II) A mediana traçada do vértice M é o segmento de reta que une o vértice $M(0; 0)$ e o ponto médio do lado $\overline{NQ}$, dado por $P(3; 6)$, assim, sua equação é:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3y - 6x = 0 \Leftrightarrow 3y = 6x \Leftrightarrow y = 2x$$

Resposta: E

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| 11) C | 12) D | 13) A | 14) A |
| 19) C | 20) E | 21) A | 22) C |
| 23) C | 24) A | 25) E | 26) C |
| 27) C | 29) D | 31) D | 33) C |
| 35) D | 37) C | 38) E | 40) D |

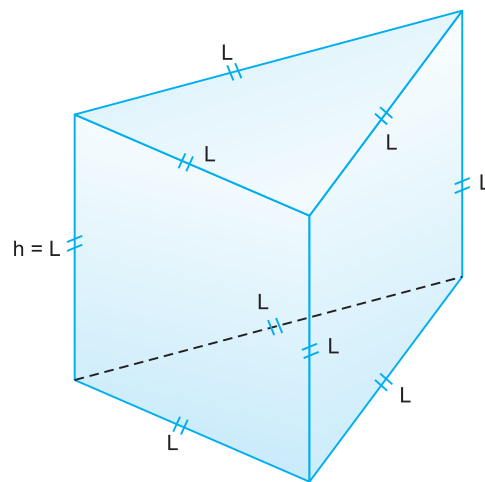
- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| 41) D | 42) B | 48) E | 49) A |
| 50) A | 51) C | | |

■ Módulo 10 – Circunferência

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| 9) A | 10) D | 11) C | 12) B |
| 13) B | 14) C | 15) A | 18) B |
| 19) A | 20) A | 26) D | 27) D |
| 28) D | 29) E | 30) C | 31) D |

■ Módulo 11 – Prismas e Pirâmides

1)



- I) Área lateral (A_L):

$$A_L = 48 \text{ m}^2 \Rightarrow 3 \cdot L^2 = 48 \Rightarrow L = 4 \text{ m}$$

- II) Área da base (A_b):

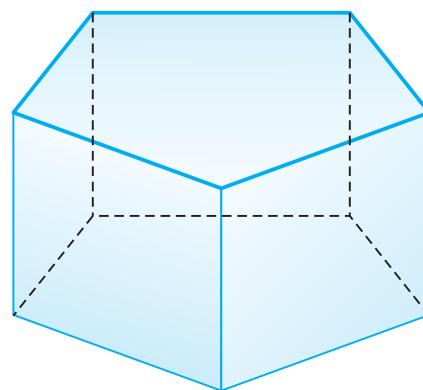
$$A_b = \frac{L^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \text{ m}^2 = 4\sqrt{3} \text{ m}^2$$

- III) Volume do prisma (V):

$$V = A_b \cdot h = 4\sqrt{3} \cdot 4 \text{ m}^3 = 16\sqrt{3} \text{ m}^3$$

Resposta: E

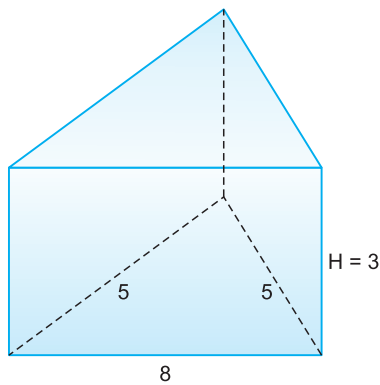
2)



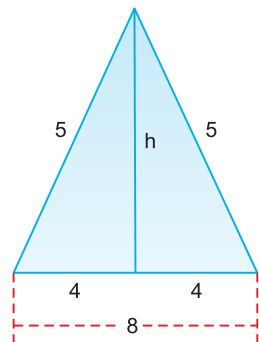
Prisma de base pentagonal

Resposta: E

3)



I) Base do prisma:



$$5^2 = 4^2 + h^2 \Rightarrow h = 3$$

II) Área da base (A_b):

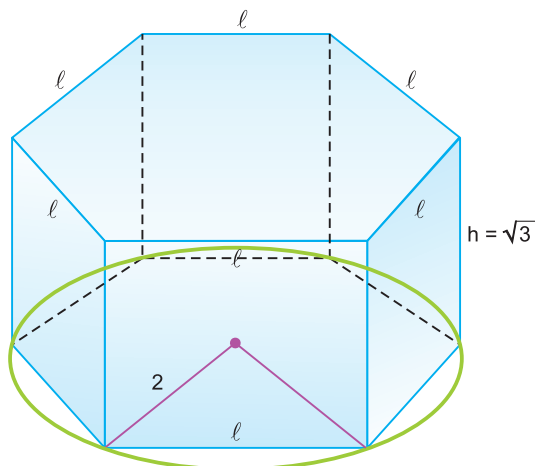
$$A_b = \frac{8 \cdot 3}{2} \text{ m}^2 = 12 \text{ m}^2$$

III) Volume do prisma (V):

$$V = A_b \cdot H = 12 \text{ m}^2 \cdot 3 \text{ m} = 36 \text{ m}^3$$

Resposta: C

4)



I) Aresta da base (ℓ):

ℓ = raio circunferência circunscrita = 2

II) Área base (A_b):

$$A_b = 6 \cdot \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{6 \cdot 2^2 \sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}$$

III) Área lateral (A_L):

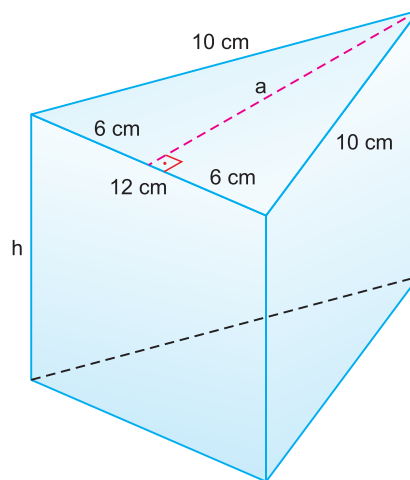
$$A_L = 6 \cdot \ell \cdot h = 6 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

IV) Área total (A_T):

$$A_T = 2 \cdot A_b + A_L = 2 \cdot 6\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = 12\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$

Resposta: B

5)



I) Altura da base (a), em cm:

$$10^2 = a^2 + 6^2 \Rightarrow a = 8$$

II) Área da base (A_b), em cm^2 :

$$A_b = \frac{12 \cdot 8}{2} = 48$$

III) Altura do prisma (h), em cm, e volume do prisma (V), em cm^3 :

$$V = A_b \cdot h \Rightarrow 528 = 48 \cdot h \Leftrightarrow h = 11$$

Resposta: B

6) B

7) C

8) C

9) C

10) B

12) B

13) A

14) D

15) B